INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN MARAMUREŞ

MINISTERUL EDUCAŢIEI ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 28 FEBRUARIE 2015
Varianta I
CLASA A IX -A

1. Rezolvaţi în **R** ecuaţia $\left[x^2-4x+4\right]=\left[-2x^2+8x-6\right]$.

2. Fie $x,y,z\in(0,\infty)$ cu proprietatea $xy\le 1, yz\le 1, zx\le 1$

a) Determinaţi $m\in(0,\infty)$ maxim pentru care $\dfrac{(1+x^2)(1+y^2)}{2+x^2+y^2}\ge m(1+xy), \forall x,y\in(0,\infty)$ cu $xy\le 1$.

b) Demonstraţi inegalitatea

$$\frac{(1+x^2)(1+y^2)}{2+x^2+y^2}+\frac{(1+x^2)(1+z^2)}{2+x^2+z^2}+\frac{(1+y^2)(1+z^2)}{2+y^2+z^2}\ge\frac{3+xy+xz+yz}{2}, \forall x,yz\in(0,\infty)$$

3. Fie şirul $(x_n)_{n\ge 0}$ de numere reale cu proprietatea că $x_{n+m}+x_{n-m}=x_{3n}$ pentru orice numere naturale n şi m cu $n\ge m$. Să se determine x_{2015}.

(Gazeta Matematică nr. 10/2014)

4. Pe laturile *AB*, *BC*, *CD*, *DA* ale paralelogramului *ABCD* se consideră punctele *M*, *N*, *P*, *Q* astfel încât $\dfrac{AM}{MB}=l, \dfrac{CN}{NB}=k, \dfrac{CP}{PD}=m, \dfrac{AQ}{QD}=p$, unde $l,k,m,p>0$ şi $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{CQ}+\overrightarrow{CM}=\vec{0}$. Arătaţi că dreptele *QN*, *PM* şi *AC* sunt concurente.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.

Subiectele au fost propuse şi selectate de către:
prof. Fărcaş Natalia, Colegiul Naţional „ Vasile Lucaciu”, Baia Mare,
prof. Pop Radu, Liceul Teoretic Sanitar, Baia Mare.